

GUÍA PARA EXAMEN COMIPEMS UNAM-CENEVAL

*Español y Habilidad Verbal π Matemáticas y Razonamiento Matemático π Física π Química
Historia de México π Historia Universal π Geografía π Formación Cívica y Ética π Biología*

Segunda edición

Matemáticas

Cuaderno de trabajo



●●●●● ASESORÍAS π S
CEFIMAT
CENTRO FÍSICO-MATEMÁTICO

GUÍA PARA EXAMEN COMIPEMS UNAM-CENEVAL

SEGUNDA EDICIÓN

Autores:

Ing. Dayan Everardo Torres Raya

Universidad Nacional Autónoma de México

Yair Victoria Castillo

Instituto Politécnico Nacional

Lic. Iván Cázares Ríos

Universidad Nacional Autónoma de México

Tania Ibeth Reyes Palma

Universidad Nacional Autónoma de México





CURSOS DE REGULARIZACIÓN Y PREPARACIÓN PARA EXÁMENES DE ADMISIÓN

Prof., Ing. Dayan Everardo Torres Raya

Contacto:



SUCURSAL "NEZA 1"
4TA. AV. No. 81
COL. ESTADO DE MÉXICO
NEZAHUALCÓYOTL

SUCURSAL "CUCHILLA PANTITLÁN"
AV. CIRCUNVALACIÓN NO. 459,
COL. CUCHILLA PANTITLÁN,
VENUSTIANO CARRANZA

SUCURSAL "NEZA 2"
AV. CHIMALHUACÁN NO. 476,
COL. BENITO JUÁREZ,
NEZAHUALCÓYOTL



Tel. 36906026 (Neza)
Tel. 68399200 (Cuchilla Pantitlán)



CEFIMAT Asesorías



CEFIMAT Asesorías



www.cefimat.com

INTRODUCCIÓN

Hace años que algunos rectores de algunas Instituciones de Educación Superior (IES) han expresado su preocupación por el bachillerato que ha sido desatendido por el sistema educativo. Después del periodo que se va José Vasconcelos (filósofo, educador y político mexicano que tuvo gran influencia en los ambientes intelectuales mexicanos. Fue rector de la Universidad Nacional, a la que convirtió en institución revolucionaria, convirtiendo a los estudiantes en maestros honorarios que salieron a las calles a enseñar a leer y escribir. En 1921 secretario de educación y durante tres años, llevó a cabo una

Jaime Torres Bodet (escritor y político mexicano, impartió clases de literatura francesa en la Universidad, fue secretario personal de Vasconcelos, ocupó dos veces la Secretaría de Educación Pública y fue director general de la UNESCO), en el cual hubo un esfuerzo serio en pro de la educación pública básica, pero al paso del tiempo, este nivel educativo, previo al bachillerato, fue abandonado. Así, mientras la instrucción básica se hundía, el bachillerato simplemente no existía. Creció un tanto y ni quien se ocupara de sus objetivos y de programas de estudio.

Ahora, en pleno siglo XXI, en esta época de globalización y de competencias desiguales, donde pareciera que lo importante es formar técnicos y no profesionales con cultura, es necesario prepararnos oficialmente para el futuro, que seamos profesionistas en cualquier rama, y no porque ser técnico sea bueno o malo, sino porque todo ser humano siempre debe aspirar a ser más. Son tantos los aspirantes que desean ingresar a una Escuela de Nivel Medio Superior, llámese Escuela Nacional Preparatoria (ENP), Colegio de Ciencias y Humanidades (CCH), éstas dos pertenecientes a la UNAM, Centro de Estudios Científicos y Tecnológicos (CECyT) perteneciente al IPN, etc. que existe un proceso de selección; conocido como Examen Único, es decir hay una competencia para ingresar a mencionadas escuelas. Mediante este proceso, año tras año, ingresan nuevas generaciones de alumno; pero los aspirantes son demasiados y los lugares muy pocos, por ello es necesario llegar al examen lo mejor preparado posible. Así, la admisión a estas escuelas estará determinada por el desenvolvimiento de los aspirantes en el proceso de selección.

Nuestra vida es breve e insignificante no obstante lo cual, todo lo verdaderamente grande lo realiza el hombre.

Demetrio Rudín
Iván Turgueniev

Algún día en cualquier parte, en cualquier lugar indefectiblemente te encontrarás a ti mismo, y ésa, sólo ésa, puede ser la más feliz o la más amarga de tus horas.

Pablo Neruda

José Blanco

PREFACIO

Esta guía de estudio es una herramienta de gran ayuda para preparar a los estudiantes que presentarán el examen de COMIPEMS y que aspiran a ingresar a las instituciones más prestigiosas del país (ENP, CCH y CECyT). Dicha guía contiene todos los temas necesarios para prepararse con éxito.

Contiene los conceptos teóricos necesarios y ejercicios resueltos para todas las áreas que exige el examen: Español y Habilidad Verbal, Matemáticas y Razonamiento Matemático, Física, Química, Geografía, Formación Cívica y Ética, Historia de México, Historia Universal y Biología.



●●●●● ASesorías
CEFINAT
CENTRO FÍSICO-MATEMÁTICO

Matemáticas



Johann Carl Friedrich Gauss (Brunswick, 30 de abril de 1777-Gotinga, 23 de febrero de 1855).

Carl Friedrich tenía siete años cuando ingresó a la escuela primaria St. Catherine. Su profesor fue J. G. Büttner, un maestro tradicional que, en general, consideraba a sus alumnos como incapaces y poco inteligentes.

Sin embargo, pronto descubrió que Gauss era diferente. ¿Cómo lo descubrió? Cuando ocurrió el siguiente episodio, una mañana en el salón de clases:

El profesor, ante un grupo de niños de alrededor de 10 años de edad, estaba molesto por algún mal comportamiento del grupo y les puso un problema en el pizarrón que según él les tomaría un buen rato terminar; así, de paso, podría descansar. En esos tiempos los niños llevaban una pequeña pizarra en la cual hacían sus ejercicios.

El profesor dijo que mientras fueran acabando pusieran las pizarras en su escritorio para que luego las revisara. El problema consistía en sumar los primeros cien números enteros, es decir, encontrar la suma de todos los números del 1 al 100. A los pocos segundos de haber planteado el problema se levantó un niño y depositó su pizarra sobre el escritorio del maestro. Éste, convencido de que aquel niño no quería trabajar, ni se molestó en ver el resultado; prefirió esperar a que todos terminaran.

Un poco más de media hora después comenzaron a levantarse los demás niños para dejar su pizarra, hasta que finalmente todo el grupo terminó. Para sorpresa del profesor, de todos los resultados el único correcto era el del primer muchacho, mando a llamar al chico y le preguntó si estaba seguro de su resultado y cómo lo había encontrado tan rápido; el niño respondió:

"Mire maestro, antes de empezar a sumar mecánicamente los 100 primeros números me di cuenta que si sumaba el primero y el último obtenía 101; al sumar el segundo y el penúltimo también se obtiene 101, al igual de sumar el tercero con el antepenúltimo, y así sucesivamente hasta llegar a los números centrales que son 50 y 51, que también suman 101. Entonces lo que hice fue multiplicar 101 x 50 para obtener mi resultado de 5.050."

De esta manera aparentemente simple, Gauss había encontrado la propiedad de la simetría de las progresiones aritméticas, derivando la fórmula de la suma para una progresión aritmética arbitraria - fórmula que, probablemente, Gauss descubrió por sí mismo.

CONTENIDO

Unidad 1. Significado y uso de los números.

Números enteros

- 1.1 Significado y uso de las operaciones básicas con números enteros.
- 1.2 Resolución de problemas con operaciones básicas.

Números fraccionarios y decimales

- 1.3 Relaciones de proporcionalidad.
- 1.4 Significado y uso de las operaciones básicas con números fraccionarios y decimales.
- 1.5 Porcentajes.
- 1.6 Potenciación y radicación.
- 1.7 Resolución de problemas con números fraccionarios y decimales.

Unidad 2. Álgebra

- 2.1 Significado y uso de las literales.

Expresiones algebraicas

- 2.2 Expresión común de problemas algebraicos de adición y sustracción.
- 2.3 Resolución de problemas con expresiones algebraicas.

Ecuaciones de primer grado

- 2.4 Resolución de ecuaciones de primer grado.
- 2.5 Resolución de problemas con ecuaciones de primer grado.

Sistemas de ecuaciones lineales de dos ecuaciones con dos incógnitas

- 2.6 Resolución de sistemas lineales de dos ecuaciones con dos incógnitas.
- 2.7 Resolución de problemas con sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas.

Ecuaciones de segundo grado

- 2.8 Productos notables y factorización.
- 2.9 Resolución de ecuaciones de segundo grado.
- 2.10 Relaciones de proporcionalidad directa.
- 2.11 Relaciones de proporcionalidad en el plano cartesiano.

Unidad 3. Manejo de la información estadística.

- 3.1 Análisis de la información estadística.
- 3.2 Graficas de barras y circulares.
- 3.3 Tablas de frecuencia absoluta y relativa.
- 3.4 Medidas de tendencia central.
- 3.5 Nociones de proporcionalidad y muestreo.

Unidad 4. Formas geométricas.

4.1 Rectas y ángulos.

4.2 Figuras planas.

Semejanza

4.3 Semejanza de triángulos.

4.4 Teorema de Pitágoras.

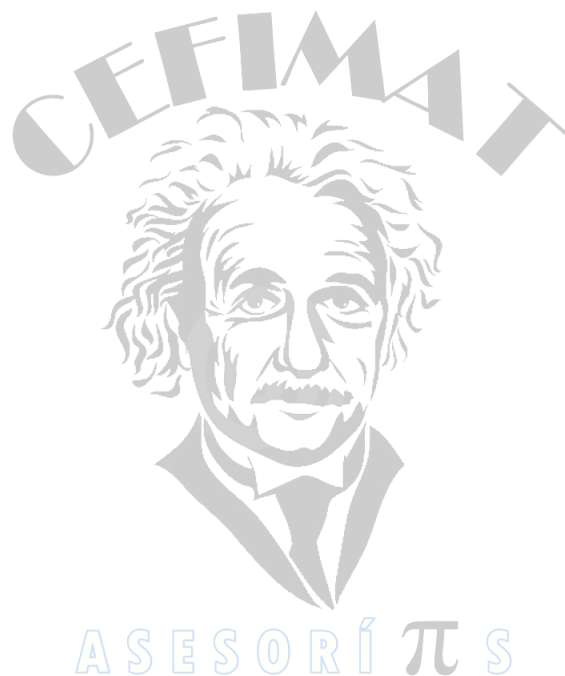
4.5 Razones trigonométricas.

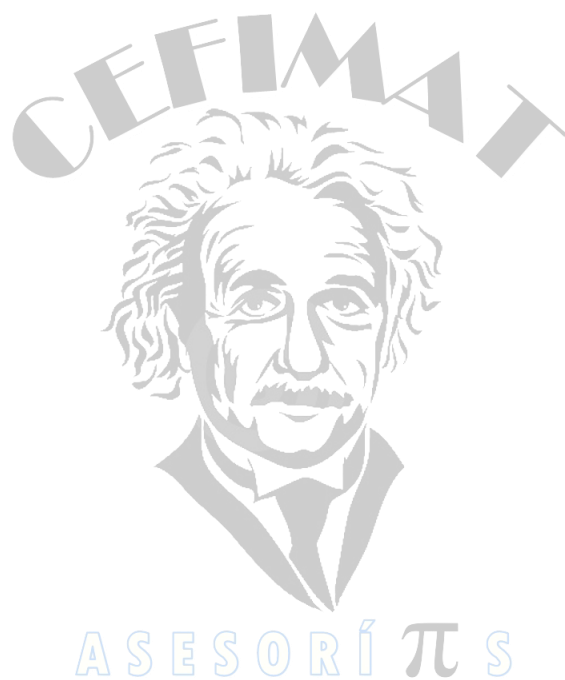
Cuerpos geométricos

4.6 Cálculo de perímetros.

4.7 Cálculo de áreas.

4.8 Cálculo de volúmenes.



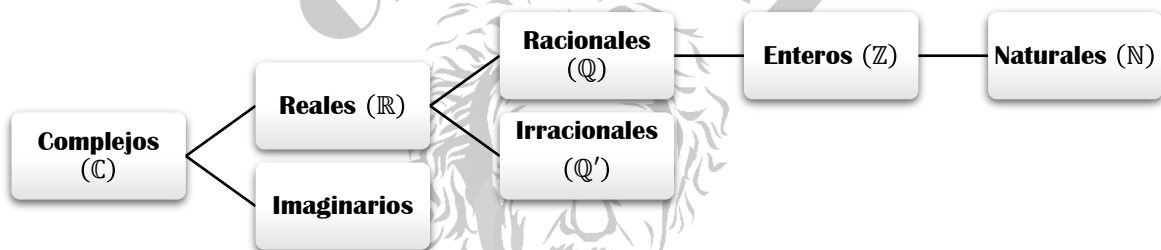


UNIDAD 1	SIGNIFICADO Y USO DE LOS NÚMEROS
UNIDAD 2	ÁLGEBRA
UNIDAD 3	MANEJO DE LA INFORMACIÓN ESTADÍSTICA
UNIDAD 4	FORMAS GEOMÉTRICAS



NÚMEROS ENTEROS

1.1 SIGNIFICADO Y USO DE LAS OPERACIONES BÁSICAS CON NÚMEROS ENTEROS



π CLASIFICACIÓN DE LOS NÚMEROS

Números Reales ($\mathbb{R}$): Son todos aquellos números que pueden ser representados en la recta numérica, desde $-\infty$ (menos infinito) hasta $+\infty$ (más infinito).



Números Racionales ($\mathbb{Q}$): Se les conoce como fracciones comunes de la forma $\frac{p}{q}$ con $p, q \in \mathbb{Z}$ y $q \neq 0$.

Ejemplo 1

$$\mathbb{Q} = \left\{ \dots, \frac{4}{5}, -\frac{3}{2}, \frac{7}{5}, -2, 3, 1.\bar{3}, \sqrt{4}, \sqrt[3]{8}, \dots \right\}$$

Números Irracionales ($\mathbb{Q}'$): Son todos aquellos números en donde su parte decimal está formada por una serie infinita de dígitos, en estos números no existe periodicidad y sus raíces son inexactas.

Ejemplo 2

$$\mathbb{Q}' = \left\{ \dots, \pi, e, \sqrt{3}, \frac{\pi}{2}, -3.1457824, \frac{45}{13}, \frac{\sqrt{2}}{2}, \dots \right\}$$

Números Enteros ($\mathbb{Z}$): Este conjunto está formado por números **negativos**, **positivos** y el **cero**.

Ejemplo 3

$$\mathbb{Z} = \{ \dots - 4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, \dots \}$$

Números Naturales ($\mathbb{N}$): Son todos aquellos que utilizamos para contar objetos, personas, etc., está constituido por todos aquellos **enteros positivos**.

Ejemplo 4

$$\mathbb{N} = \{ 1, 2, 3, 4, 5, \dots \}$$

- **Números Primos:** Números que solo tienen como divisores a la unidad y a ellos mismos.

Ejemplo 5

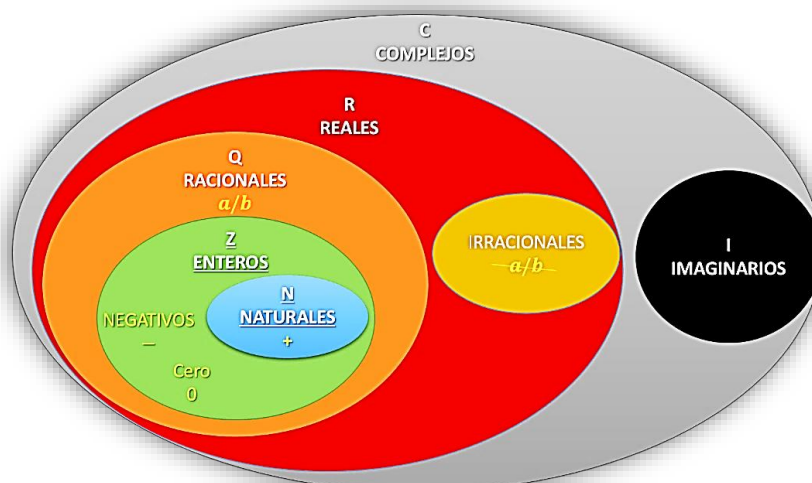
$$\{ 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, \dots \}$$

- **Números Compuestos:** Números que pueden tener más de dos divisores.

Ejemplo 6

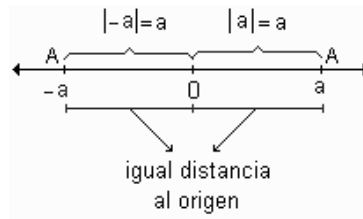
$$\{ 4, 6, 8, 9, 10, 12, \dots \}$$

Mediante **Diagramas de Venn** se pueden representar estos conjuntos de la siguiente manera.



π VALOR ABSOLUTO

Es su valor numérico sin tener en cuenta su signo, sea este positivo (+) o negativo (-). Se representa como $|a|$. También se puede decir que es la distancia que hay entre un número y cero.



Ejemplo 7

Los valores absolutos de los siguientes números son:

$$\begin{aligned} |-5| &= 5 \\ |3| &= 3 \\ |-16| &= 16 \\ |18| &= 18 \end{aligned}$$

π VALOR RELATIVO

Es el valor que tiene un número por el lugar que ocupa en una cantidad.

Ejemplo 8

1. El valor relativo de 5 en el número 2543 es 500, ya que el cinco está en el lugar de las centenas.
2. El valor relativo de 7 en el número 14374 es 70, ya que el siete está en el lugar de las decenas.
3. El valor relativo de 9 en el número 97645 es 90000, ya que el nueve está en el lugar de las decenas de millar.

π OPERACIONES CON NÚMEROS NATURALES

Las operaciones aritméticas son:

a) Suma o Adición.

$$\begin{array}{r} 3179 \\ +1815 \\ \hline 3010 \\ 8004 \end{array}$$

Sumandos
Suma o total

b) Resta o Sustracción

$$\begin{array}{r} 4001 \\ -1786 \\ \hline 2215 \end{array}$$

Minuendo
Sustraendo
Resta o diferencia

c) Multiplicación o Producto

$$\begin{array}{r} 35 \\ \times 12 \\ \hline 70 \\ 35 \\ \hline 420 \end{array}$$

multiplicando
multiplicador
Productos parciales
producto final

d) División o Cociente

$$\begin{array}{r} 6 \\ 6 \overline{) 40} \\ \underline{4} \\ 0 \end{array}$$

Cociente
Dividendo
Residuo
Divisor

e) Potenciación

$$5^3 = 125$$

Exponente
Base
Potencia

f) Radicación

$$\sqrt{16} = 4$$

Radical
Raíz
Índice
Radicado o Subradical

π SUMA Y RESTA DE NÚMEROS CON SIGNO

Reglas:

1° _____.

2° _____.

3° _____.

Ejemplo 9

1. $6+8 = 14$

2. $-6-10 = -16$

3. $4-7 = -3$

4. $-10+8 = -2$

5. $-46+110 = 64$

6. $18-24 = -16$

Ejemplo 10

Simplificar la siguiente expresión: $-5 + 7 - 2 + 7 - 3 + 8 + 4 - 6 + 1 - 9$

A) -2

B) 5

C) -7

D) 2

E) 4

Solución: Se agrupan los positivos y negativos, se resuelven de manera independiente tomando en cuenta la regla para signos iguales se hace una suma, después restar los resultados obtenidos. Recuerda seguir las reglas para operar números con signo.

$$\left. \begin{array}{l} -5 - 2 - 3 - 6 - 9 = -25 \\ 7 + 7 + 8 + 4 + 1 = 27 \end{array} \right\} -25 + 27 = \boxed{2}$$

Respuesta correcta D.

Ejemplo 11

Simplificar la siguiente expresión: $-81 + 14 - 21 + 20 - 25 + 13 - 14 + 9 - 16 + 4$

A) 24

B) 6

C) 16

D) 97

E) -97

Solución: Seguir las mismas instrucciones del ejemplo anterior.

$$\left. \begin{array}{l} -81 - 21 - 25 - 14 - 16 = -157 \\ 14 + 20 + 13 + 9 + 4 = 60 \end{array} \right\} -157 + 60 = \boxed{-97}$$

Respuesta correcta E.

Ejemplo 12

Simplificar la siguiente expresión: $12 - 14 + 78 + 19 - 45 - 21 + 42 - 12$

A) 24

B) 6

C) 16

D) 97

E) -97

Solución: Seguir las mismas instrucciones del ejemplo anterior.

$$\left. \begin{array}{l} -14 - 45 - 21 - 12 = -92 \\ 12 + 78 + 19 + 42 = 151 \end{array} \right\} -92 + 151 = \boxed{59}$$

Respuesta correcta E.

EJERCICIO 1



Realiza el desarrollo de cada ejercicio en el espacio blanco, anota tu respuesta en el recuadro y márcala en la hoja de respuestas correspondiente.

1. $-13 + 4 - 7 + 20 - 18 + 46 - 24 + 18 - 26 + 10 + 18 - 7 + 4$

- A) 25 B) 24 C) -23 D) 18 E) 14

Solución:

Respuesta

2. $2 - 16 + 4 - 3 + 8 - 7 + 4 - 8 + 3 - 10 + 7 - 12 + 9$

- A) 12 B) 14 C) -19 D) 18 E) 0

Solución:

Respuesta

3. $-10 + 4 - 20 + 18 - 124 + 36 - 12 + 140 - 18 + 26 - 32 + 14 - 18 + 17 - 31 - 54$

- A) 17 B) -64 C) 36 D) 64 E) -36

Solución:

Respuesta

4. $-12 - 14 - 18 + 32 - 17 + 24 - 13 + 118 - 25 + 10 - 21 + 17 - 12 + 15 - 3$

- A) 12 B) -7 C) 81 D) 14 E) -24

Solución:

Respuesta

TAREA 1



Realiza el desarrollo de cada ejercicio en el espacio blanco, anota tu respuesta en el recuadro y márcala en la hoja de respuestas correspondiente.

1. $-12 + 4 - 7 + 5 - 8 + 6 - 9 + 4$

- A) 5 B) -4 C) -2 D) -17 E) -7

Solución:

Respuesta

2. $7 + 9 - 13 + 4 - 21 + 7 - 10 + 16 - 8 + 9 - 14$

- A) 11 B) -4 C) -14 D) 6 E) 0

Solución:

Respuesta

3. $17 - 8 + 9 - 12 + 7 - 3 + 4 - 18 + 16 - 3 + 1 - 7$

- A) 10 B) 7 C) 8 D) 3 E) -4

Solución:

Respuesta

4. $9 - 7 + 4 - 12 + 8 - 14 + 9 - 7 + 4 - 12 + 8 - 11 + 6 - 10 + 2$

- A) 4 B) 7 C) -2 D) -23 E) 4

Solución:

Respuesta

π LEYES DE LOS SIGNOS

MULTIPLICACIÓN		DIVISIÓN	
$(-)(-) = +$	$(+)(-) = -$	$\frac{-}{-} = +$	$\frac{-}{+} = -$
$(+)(+) = +$	$(-)(+) = -$	$\frac{+}{+} = +$	$\frac{+}{-} = -$
Multiplicación de signos iguales da positivo	Multiplicación de signos diferentes da negativo	División de signos iguales da positivo	División de signos diferentes da negativo

π MULTIPLICACIÓN Y DIVISIÓN

Para resolver estas operaciones es necesario aplicar las leyes de los signos de manera adecuada.

Ejemplo 13

$$1. (3)(-7) = -21$$

$$4. (-5)(-6) = 30$$

$$7. (-4)(-7)(6) = 168$$

$$2. \frac{-12}{4} = -3$$

$$5. -\frac{121}{-11} = -(-11) = 11$$

$$8. -\frac{-10}{-2} = -(5) = -5$$

$$3. (-4)(7) = -28$$

$$6. (-2)(-3)(-4) = -24$$

$$9. -(2)(-3) = 6$$

π POTENCIA

Es la representación del producto de una base por sí misma, un cierto número de veces.

$$a^n = a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a$$

Donde:

$$a = \text{base y } n = \text{exponente}$$

Ejemplo 14

$$1. (6)^2 = (6)(6) = 36$$

$$3. \left(\frac{3}{4}\right)^3 = \left(\frac{3}{4}\right)\left(\frac{3}{4}\right)\left(\frac{3}{4}\right) = \frac{27}{64}$$

$$2. (-2)^4 = (-2)(-2)(-2)(-2) = 16$$

$$4. -3^2 = -(3)(3) = -9$$

π RAÍZ

La radicación es la operación inversa de la potenciación, de forma que encontrar la raíz enésima de un número consiste en encontrar otro número tal que:

$$\sqrt[n]{a} = b \quad \text{Siempre que} \quad b^n = a$$

Donde:

$$a = \text{radicando y } n = \text{índice}$$

Caso 1: Raíz con índice par se aplica a números naturales (positivos), siempre se obtendrá como resultado una raíz positiva y una negativa.

Ejemplo 15

$$1. \sqrt{4} = \pm 2$$

$$2. \sqrt[4]{81} = \pm 3$$

$$3. \sqrt[2]{16} = \pm 4$$

Caso 2: Raíz con índice impar se aplica a números enteros (positivos y negativos), su resultado conserva el signo del radicando.

Ejemplo 16

$$1. \sqrt[3]{-8} = -2$$

$$2. \sqrt[5]{243} = 3$$

$$3. \sqrt[3]{125} = 5$$

π EXPONENTE CERO

Todo número o expresión elevado al exponente cero es igual a 1.

$$a^0 = 1 \text{ para todo } a \neq 0$$

Ejemplo 17

$$1. 2^0 = 1$$

$$2. -4^0 = -1$$

$$3. (7 - 3 \cdot 5^6)^0 = 1$$

π EXPONENTE NEGATIVO

Cualquier número elevado a un exponente negativo puede ser representado fraccionalmente como:

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

Ejemplo 18

$$1. 7^{-3} = \frac{1}{7^3}$$

$$2. 5^{-3} = \frac{1}{5^3}$$

$$3. \left(\frac{2}{3}\right)^{-4} = \frac{1}{\left(\frac{2}{3}\right)^4} = \frac{1}{\frac{16}{81}} = \frac{81}{16}$$

π JERARQUÍA DE OPERACIONES

Se refiere al orden en que se deben realizar las operaciones para así garantizar un resultado correcto.

Orden de las operaciones

1° _____

2° _____

3° _____

Ejemplo 19

Al simplificar la operación $36 \div 9 \times 4 + \sqrt{16} \times 3 - 10 \div 5$, se obtiene:

A) 26

B) 6

C) 16

D) 7

E) -97

Solución: Se realizan las operaciones en el orden indicado en la jerarquía **de izquierda a derecha**.

$$36 \div 9 \times 4 + 4 \times 3 - 10 \div 5$$

$$16 + 12 - 2 = 26$$

Por lo tanto la respuesta correcta es el inciso A.